

Nichtlineare Wissenschaften – neue Paradigmen und Konzepte

Jürgen Kurths und Udo Schwarz

Zentrum für Dynamik komplexer Systeme

Universität Potsdam

1 Einführung

Das 20. Jahrhundert wird häufig aus wissenschaftlicher Sicht als Jahrhundert der Physik angesehen. Relativitätstheorie, Quantentheorie oder Astrophysik sind bereits in der ersten Hälfte letzten Jahrhunderts entwickelte Marksteine der modernen Physik. Sie haben zu tiefgreifenden Einsichten in die Natur und zu weitreichenden Konsequenzen für die Gesellschaft geführt; als Beispiele seien nur Kernwaffen und Kernenergie, Kernspintomografen oder Transistoren genannt.

In den letzten 2 Jahrzehnten des 20. Jahrhunderts hat sich mit der rasanten Entwicklung der Nichtlinearen Wissenschaften ein weiterer Umbruch vollzogen, der eine ausgeprägte Nachhaltigkeit in Wissenschaft und Technik ebenso wie in der Gesellschaft erwarten lässt. Die Nichtlinearen Wissenschaften werden auch als *Nichtlineare Dynamik*, Wissenschaft Komplexer Systeme oder etwas eingegrenzt *Chaostheorie* bezeichnet.

Wie so oft in der Wissenschaftsgeschichte war die Zeit reif für diesen Umbruch: die begrenzten Erklärungsmöglichkeiten mittels der traditionellen, also Linearen Wissenschaften wurden immer offensichtlicher und Computer eröffneten zuvor ungeahnte Möglichkeiten, komplizierte Gleichungen zu behandeln. Die Entwicklung dieser neuen Wissenschaftsdisziplin verlief aber - wie bei Umbrüchen üblich - keineswegs geradlinig, besser gesagt linear. Sie ist vielmehr durch ebenso überraschende wie produktive Kombinationen verschiedener Gebiete charakterisiert. So führten Spielereien auf dem Computer zur Neubewertung sogenannter mathematischer Monster (siehe Abschnitt Selbstähnlichkeit und Fraktale).

Gegenstand der Nichtlinearen Wissenschaften sind Systeme, die Komplexität in ihrer zeitlichen Entwicklung und räumlichen Struktur zeigen. Die nichtlinearen

Wechselwirkungsterme liefern die entscheidende Voraussetzung für diese komplexen Strukturierungsphänomene. Darüber hinaus sind die Systeme in den meisten Fällen auch offen, d.h. es existiert ein reichhaltiger Energie- und Stoffaustausch mit der Umgebung. Auf diese Weise entstehen komplizierte Kreisläufe, die eine Vielfalt komplexer Prozesse generieren; diese Systeme sind fähig zur Selbstorganisation. Die Entstehung der Sonne mit ihren Planeten bis hin zur Evolution auf unserer Erde, von den ersten Einzellern zum intelligenten Lebewesen Mensch, ist ein schönes Beispiel für Selbstorganisation.

Die Entwicklung der Nichtlinearen Wissenschaften ist durch neue Paradigmen und Konzepte geprägt. Darunter sind besonders hervorzuheben die Begriffe *Deterministisches Chaos* und *begrenzte Vorhersagbarkeit* sowie *Selbstähnlichkeit*, *Multistabilität*, *Instabilität*, *Bifurkation*.

Im folgenden werden einige wesentliche neue Ansätze der Nichtlinearen Wissenschaften vorgestellt und an Beispielen erklärt. Um den Entwicklungssprung deutlich zu machen, erläutern wir zunächst das typische Herangehen der Linearen Wissenschaften.

2 Lineare Wissenschaften - Harmonie und reguläre Wiederkehr

Die Wissenschaften haben ihren Ursprung in der Antike, wo fundamentale Entdeckungen über die Bewegung der Himmelskörper gemacht wurden. Diese frühen Astronomen ermittelten bereits die Perioden, nach denen bestimmte Konstellationen von Himmelskörpern wiederkehren; Jahreszeiten, ja selbst Sonnenfinsternisse konnten vorausberechnet werden, wobei die weitgehende Unempfindlichkeit von Anfangsbedingungen stillschweigend vorausgesetzt wurde.

Es war vermutlich Pythagoras (575 - 500 v. Chr.), der diese astronomischen Kenntnisse verallgemeinerte und Naturerscheinungen generell als regulär wiederkehrende Prozesse ansah, die in Verhältnissen ganzer Zahlen ausgedrückt werden können. Diesem Vorbild entsprechend lässt Platon (427 - 348 v. Chr.) im „Timaios“ den Demiurgen gar die Welt aus geordneten Zahlenmustern erschaffen.

Die mathematische Fundierung der linearen Betrachtungsweise verdanken wir Isaac Newton (1642-1727), dem Begründer der modernen Physik. Für ihn ist die *starke Kausalität* der Inbegriff der *exakten Wissenschaften*. Wie an dem von ihm entdeckten Gravitationsgesetz unmittelbar einzusehen, bedeutet starke Kausalität, dass nur starke Änderungen ursächlicher Kräfte starke Änderungen in den Wirkungen generieren können. Beispielsweise üben die

großen und damit massereichen Planeten Saturn und Jupiter einen viel stärkeren Einfluss auf die Bewegungen im Sonnensystem als etwa der kleine und viel leichtere Merkur aus. Es sollte aber nicht unerwähnt bleiben, dass der geniale Newton sich keineswegs auf die Ausarbeitung der Linearen Wissenschaften beschränkt hat. Vielmehr hat er auch die Alchemie sehr ernst genommen und sie wissenschaftlich zu ergründen versucht.

Die Naturwissenschaften sind bis weit ins letzte Jahrhundert hinein durch das lineare Herangehen geprägt. Es basiert neben der starken Kausalität auf dem *Superpositionsprinzip*. Da bei vielen Prozessen einfache periodische Wiederkehr nicht beobachtet wird, beschreibt man das dynamische Verhalten mit mehreren additiv überlagerten periodischen Komponenten. Die Besonderheit besteht nun darin, dass die additive Überlagerung $X = x_1 + x_2$ von Inputkomponenten x_1 und x_2 eines Systems die Addition der entsprechenden durch die Systemfunktion f modifizierten Anteile als Output $Y = y_1 + y_2$ gemäß $y_1 + y_2 = Y = f(X) = f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ zur Folge hat.

Eine weitreichende Konsequenz aus starker Kausalität und Superpositionsprinzip ist, dass das zukünftige Systemverhalten langfristig aus einer speziellen Anfangssituation berechenbar, also präzise vorhersagbar ist. Laplace (1749-1827) hat diese Langzeitvorhersagbarkeit einprägsam formuliert:

„Eine Intelligenz, welche für einen gegebenen Augenblick alle in der Natur wirkenden Kräfte sowie die gegenseitige Lage der sie zusammensetzenden Elemente kennt, und überdies umfassend genug wäre, um diese gegebenen Größen der Analysis zu unterwerfen, würde in derselben Formel die Bewegungen der größten Weltkörper wie des leichtesten Atoms umschließen; nichts würde ihr ungewiss sein und Zukunft wie Vergangenheit würden ihr offen vor Augen liegen.“

(Zitat: P.S. Laplace, Philosophischer Versuch über die Wahrscheinlichkeit, Hrsg. R. von Mises, Leipzig 1932, S. 1)

Die Linearen Wissenschaften sind Grundlage der technischen Revolutionen vom 18. – 20. Jahrhundert. Dennoch wurden schon frühzeitig Probleme deutlich, insbesondere bei der linearen Beschreibung von Naturphänomenen. Gemäß des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik sollte man in der Welt nur Verfall, nicht aber das Entstehen von Strukturiertem beobachten. Die Vorhersagbarkeit des Wetters bleibt trotz Supercomputern auf wenige Tage beschränkt. Viele tragische Ereignisse belegen allzu deutlich, dass sich das

Das Neue an diesem Verständnis von Stabilität ist, dass der detaillierte Bewegungsablauf extrem empfindlich auf kleine Änderungen der Ausgangslage reagiert; dessen ungeachtet bleibt der Typ der Dynamik für nahezu alle diese Ausgangslagen gleich, ausgedrückt als *Rückkehrreigenschaft*. Der amerikanische Mathematiker Jim Yorke prägte 1975 für derartiges Verhalten den Begriff Chaos und der deutsche Physiker Heinz-Georg Schuster erweiterte das 1984 in Deterministisches Chaos.

Mit Poincaré's Entdeckungen war ein riesiger Schritt in der Nichtlinearen Dynamik getan. Doch der Durchbruch dieser Disziplin bedurfte leistungsfähiger Computer und setzte demzufolge erst in den 70iger Jahren des letzten Jahrhunderts ein. Ursache dafür ist eine weitere wesentliche Eigenschaft chaotischer Dynamik: für dieses Lösungsverhalten lassen sich im allgemeinen keine analytischen Lösungsformeln mehr hinschreiben, sondern die zu Grunde liegenden Gleichungen müssen mittels Computer näherungsweise gelöst werden.

Wir illustrieren diese Begriffe an einem recht einfachen Beispiel, der logistischen Gleichung. Sie hat ihren Ursprung in der Populationsdynamik und wurde bereits 1845 von Pierre Francois Verhulst (1804-1849) als Modell für das Wachstum von einer Population, die in einem abgeschlossenen Gebiet lebt, vorgeschlagen. Die Modellgleichung setzt sich aus zwei gegensätzlichen Einflüssen zusammen: der erste Summand $r x$ beschreibt das Wachstum der Population, wogegen der zweite Summand $-rx^2$ die Reduktion der nachkommenden Generation gerade bei einer großen Population ausdrückt. Die Größe x beschreibt die Anzahl der Individuen einer Spezies. Damit ergibt sich als Modell

$$x_{n+1} = rx_n - rx_n^2, \quad (1)$$

wobei x_n die Populationsgröße in der n -ten Generation angibt. r subsumiert die Nahrungsmöglichkeiten und weitere Spezifika dieses Lebensraumes.

Überraschenderweise generiert bereits dieses einfache Modell eine außerordentlich reichhaltige Lösungsvielfalt, die im wesentlichen von dem Parameter r induziert wird. Entscheidend ist dabei, dass das Modell nichtlinear ist, was durch den quadratischen Term im zweiten Summanden zum Ausdruck kommt. Die Lösungsvielfalt lässt sich sehr kompakt in einem Bifurkationsdiagramm darstellen (Abb. 1).

Obwohl Chaos ganz im verallgemeinerten Sinne Poincarés stabil ist, zeichnet es sich durch eine besondere Sensibilität gegenüber kleinen – ja winzigen – Änderungen in den Anfangsbedingungen aus.

Starten wir die Dynamik für fixen Parameter $r = 4$ bei $x_0 = 825268$ und verfolgen parallel dazu die Entwicklung, die sich ausgehend von dem extrem gering veränderten Anfangswert $x'_0 = 825269$ vollzieht, ergibt sich ein potenzförmiges Anwachsen des so geringen Anfangsfehlers (Abb. 3). Beide Lösungskurven nehmen schon nach wenigen Generationen einen deutlich verschiedenen Verlauf.

Im Unterschied dazu schrumpft der Fehler im periodischen Regime stets zu Null. Die dramatische Zunahme selbst winziger Anfangsstörungen ist eine grundlegende Eigenschaft chaotischer Systeme. Sie hat wesentliche Konsequenzen für die *Vorhersagbarkeit* des zukünftigen Verhaltens in derartigen Systemen. Da der Anfangszustand eines Systems nie beliebig genau bestimmbar ist (z.B. endliche Genauigkeit von Messungen oder in Computern), ist es unmöglich, das Langzeitverhalten chaotischer Systeme vorherzusagen! Dieser Effekt wurde bereits im 18. Jahrhundert von Georg Christoph Lichtenberg (1742 - 1799) in folgender brillanter Formulierung vorhergenommen:

„Hätte ich zu Wardöhus einen Kirschkern in die See geworfen, so hätte der Tropfen Seewasser, den Myn Heer am Kap von der Nase wischt, nicht genau an dem Ort gesessen.“

Die Chaostheorie liefert somit erstmals eine wissenschaftliche Erklärung, warum die längerfristige Vorhersage so komplexer Dynamik, wie Wetter oder Aktienkurse, i. allg. nicht gelingen kann. Eine hoch-aktuelle Richtung der Chaosforschung besteht nun darin, aus vorliegenden Messungen komplexer Systeme (z.B. Aktienkurse, Klimavariationen) zu bestimmen, für welche Zeitspannen sinnvolle Vorhersagen machbar sind.

B) Selbstähnlichkeit und Fraktale

Die Entwicklung der Mathematik vor etwa 100 Jahren machte eine neue Grundlegung dieser Wissenschaft erforderlich. Eine wichtige Rolle spielten dabei sogenannte mathematische Monster; das sind theoretisch konstruierte Mengen, die als Gegenbeispiele für bekannte Strukturen dienten und damit das Studium (damals) neuartiger Strukturen rechtfertigten. Ein Beispiel ist die von dem schwedischen Mathematiker Helge von Koch (1870-1924) ersonnene Kurve, die überall stetig aber nirgendwo glatt ist, die also - vereinfacht ausgedrückt - nur aus Ecken besteht.

<<<<<<<<<<<<<<

Hier Fig4.ps platzieren mit Bildunterschrift:

Koch'sche Schneeflocke nach der ersten, zweiten und dritten Iteration.

<<<<<<<<<<<<

In Abb. 4 zeigen wir die ersten Iterationen ($n = 1, 2, 3$) dieser Konstruktion. Eine der Anschauung widersprechende Eigenschaft dieser Kurve ist, dass ihr Umfang mit jeder Iteration anwächst und $3 \cdot (4/3)^n$ beträgt. Für n gegen unendlich wird der Umfang also unendlich groß. Eine andere wichtige Eigenschaft dieser Kurve ist ihre Selbstähnlichkeit. Obwohl sie mit wachsendem n immer filigraner wird, sehen Teile von ihr mit jeder Vergrößerung, also unter einer Lupe betrachtet, dem simplen Dreieck ($n = 0$) oder dem 12-Eck ($n = 1$) ähnlich. Anders als bei periodischen Abläufen oder einfachen Mustern, gibt es keine ausgezeichneten Skalen (z.B. Periodendauern), sondern wir finden ähnliches Verhalten auf allen Skalen. Diese Eigenschaft ist seit den 70iger Jahren des letzten Jahrhunderts von Benoit Mandelbrot aufgegriffen und für das Verständnis nichtlinearer Prozesse überaus nachhaltig benutzt worden. Sein besonderes Verdienst besteht darin, dass er für derartige selbstähnliche Objekte verallgemeinerte Dimensionen bestimmt und gezeigt hat, dass sie gebrochene Werte haben, es sich also um nicht ganz – zahlige Dimensionen handelt. Für Objekte, deren Dimension nicht ganz – zahlig ist, hat er den Begriff *Fraktal* geprägt. Die Koch'sche Schneeflocke hat eine Dimension von $\log 4 / \log 3$; sie ist also größer als eins aber kleiner als zwei und sollte somit nach unserer geometrischen Anschauung Zwischending von Kurve und Fläche sein.

In diesem Kontext erwartet man für die Küstenlänge von Großbritannien - sieht man von durch die atomare Struktur der Materie begrenzte Verfeinerbarkeit ab - dass sie unendlich lang ist. Tatsächlich haben Verfeinerungen der Messungen die theoretisch erwartete Längenzunahme ergeben.

Mandelbrots neues Herangehen, gelegentlich mit dem Begriff *Fraktale Geometrie* bezeichnet, ist einer breiten Öffentlichkeit bekannt geworden, da er seine theoretischen Ansätze in verschiedensten Gebieten angewandt und mittels Computer sehr eindrucksvolle Bilder konstruiert hat.

Selbstähnlichkeit findet sich in vielen Beispielen in der Natur. Man denke an schneebedeckte Berge, wo Lawinen verschiedenster Größen entstehen; recht selten die riesigen Schneelawinen, die viel Schaden anrichten können, viel häufiger kleine, die kaum Beachtung finden. Dieses Verhalten lässt sich beim Bau eines Sandhaufens einfach nachvollziehen. Bei Erreichen einer bestimmten Größe - und damit verbunden eines ziemlich steilen Winkels - treten unvermeidlich unterschiedlich große Sandlawinen auf. Die Größenverteilung von

Erdbeben weist ein analoges Verhalten auf; sie genügt in sehr guter Näherung einem Potenzgesetz, dem sog. Gutenberg – Richter – Gesetz, d.h. große Beben ereignen sich viel seltener als kleine. Diese Art selbstähnlicher Dynamik wird auch als *selbstorganisierte Kritizität* bezeichnet. Es wird sogar Selbstähnlichkeit bei Produktionsprozessen gesehen und man spricht dabei von einer fraktalen Fabrik.

In der Kunst ist Selbstähnlichkeit 1940 von Salvador Dali (1904-1989) in seinem Bild „Gesicht des Krieges“ dargestellt worden.

C) Selbstorganisation

Nichtlineare Dynamik erschließt eine zuvor ungeahnte Vielfalt an Strukturbildungen. Sie bietet damit zugleich einen neuen konzeptionellen Ansatz, der Evolution und Historizität zum Gegenstand aller Naturwissenschaften werden lässt. Eine wichtige Rolle spielen dabei nichtlineare Systeme, die offen und dissipativ sind. Dissipativ bedeutet, dass ein System im Verlaufe der Zeit Energie durch Reibung verliert. Im Gegensatz zu einem offenen System strebt ein abgeschlossenes System einen „simplen“ Gleichgewichtszustand maximaler Entropie an – das System verödet. Der Zeitpfeil solcher Systeme ist zwangsläufig auf Strukturlosigkeit gerichtet. Offene Systeme sind hingegen durch einen Entropieexport mittels Energie- und Materieaustausch zur Strukturbildung fähig. Wegen der Nichtlinearität sind diese Systeme zur Selbstorganisation fähig; sie können also bei kleinen Änderungen der Umgebung völlig neuartige Strukturen intern generieren und somit stabile Zustände fernab von dem simplen Gleichgewicht annehmen.

Hier Fig5.ps platzieren mit Bildunterschrift:

Simulation der zeitliche Entwicklung (horizontal, von links nach rechts) eines Zustands der eindimensionalen komplexe Ginzburg – Landau – Gleichung, die Ketten gekoppelter Oszillatoren (vertikal) beschreibt. Teile der Kette sind mit der äußeren Kraft synchronisiert (die blauen Bereiche). Dabei unterscheiden sich die Phasen in den verschiedenen Synchronisationsbereichen um 2π sie sind durch kleinräumige Strukturen getrennt, die von nicht synchronisierten Oszillatoren gebildet werden. Diese Strukturen sind nicht stabil, sie verlagern sich und zerfallen. Als Folge entstehen neue Raumbereiche mit synchronisierten Oszillationen, deren Phase wiederum um 2π verschoben ist. Das Ergebnis ist ein Synchronisationszustand mit komplexer raum-zeitlicher Dynamik, wie sie in erregbaren Medien auftritt.

D) Symmetriebrechung

Wesentliches Element selbstorganisierender Systeme ist die Symmetriebrechung an kritischen Punkten (Bifurkation), d.h. es sind zwei „Lösungen“ für den Systemzustand möglich, von denen aber nur eine realisiert wird.

Ein typisches Beispiel ist das Rayleigh – Bénard – Experiment. Hierbei heizt man eine Flüssigkeit von unten - man denke dabei an einen auf der Herdplatte stehenden und mit Wasser gefüllten Kochtopf - und schaut sich die entstehenden Strömungsmuster der Flüssigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur an. Bei diesem Experiment, das als einfaches Modell einer atmosphärischen Schichtung angesehen werden kann, ist der kritische Parameter die Temperaturdifferenz zwischen Unter- & Oberseite der Schicht. Oberhalb einer kritischen Temperaturdifferenz entstehen spontan reguläre Strömungsmuster (Wolkenstraßen). Erhöht man die Temperaturdifferenz weiter, so kann ein zweiter kritischer Punkt erreicht werden, an dem sich wieder zwei mögliche Lösungen ergeben (2. Bifurkation).

Die Art der zweiten Verzweigung kann davon abhängen, welchen „Weg“ das System an der ersten Verzweigung durchlaufen hat.

Eine Wiederholung des Experiments kann bei gleichen makroskopischen Randbedingungen ein ganz anderes Strömungsmuster zeigen. Das Verhalten des Systems ist somit von seiner (Vor-)Geschichte abhängig. Eine Vorhersage, welche Struktur sich im konkreten Fall nach dem Durchlaufen des Verzweigungspunktes ausbilden wird, ist daher nicht möglich.

Symmetriebrechungen werden in der Kunst gelegentlich benutzt; Paul Klee's „monsieur Perlschwein“ von 1925 ist ein eindrucksvolles Beispiel.

E) Synchronisation und gesteuertes Chaos

Dem Laien scheint es vermutlich wie ein Wunder: die beiden Pendel zweier in einigem Abstand an der Wand hängender Uhren schwingen entweder gleich oder treffen sich völlig regelmäßig in der sogenannten Antiphase entgegengesetzt. Auch das Verstellen der Ausgangslage der Pendel ändert daran nichts. Das Phänomen besitzt einen Namen: Synchronisation, die der holländische Physiker Christian Huygens (1629-1695) im 17. Jahrhundert für die reguläre, periodische Bewegung herausfand.

Kürzlich konnte gezeigt werden, dass auch chaotische Systeme zur Synchronisation fähig sind. Bereits schwache Kopplung führt zur *Phasensynchronisation*, obwohl die Amplituden unkorreliert sind. Dieses grundlegende Phänomen lässt sich in Laborexperimenten (z.B. Laser), aber auch in natürlichen Systemen (kardio-respiratorisches System, Muskel- und Hirnaktivität bei Menschen) nachweisen.

Derartige komplexe Synchronisationen sind eng mit einer anderen aktuellen Forschungsrichtung der Nichtlinearen Dynamik verbunden, der *Steuerung von Chaos*. Dabei wird versucht, ein chaotisches System gleichsam gezielt zu beeinflussen. Ein Schlüssel dazu liegt in der Erkenntnis, dass ein chaotischer Attraktor eine komplizierte Kombination unendlich vieler instabiler periodischer Verhaltensmuster ist.

Das Vorgehen ähnelt dem Balancieren einer Murmel auf einem Pferdesattel. Legt man sie in der Mitte des Sattels, wird sie entweder nach links oder rechts, aber sicherlich nicht nach vorne oder hinten rollen. Um also die Murmel am Herabfallen zu hindern, muss man den Sattel sehr schnell von links nach rechts oder umgekehrt bewegen. Analog muss man auch ein chaotisches System verschieben, um das System am Verlassen der gewünschten Trajektorie in der einen oder anderen Richtung zu hindern; und so wie die Murmel auf kleinste Bewegungen des Sattels reagiert, verhält sich die Trajektorie eines chaotischen Systems sehr empfindlich gegen Änderungen des Attraktors. Das Herausragende an den Arbeiten der Marylander Chaosforscher E. Ott, C. Grebogi und J. Yorke war die Erkenntnis, dass die Existenz von Chaos für die Steuerung dynamischen Verhaltens sogar von Vorteil sein kann. Wegen ihrer Empfindlichkeit folgen chaotische Systeme auch sehr schnell kleinen Parameteränderungen.

Auf diese Weise lassen sich chaotische Fluktuationen in der Intensität des Laserlichtes unterdrücken und hochperiodische, instabile Oszillationen stabilisieren. Die Energie des Lasers wurde also auf die gewünschten Frequenzen gebündelt. Analog lassen sich Ausgangssignale elektronischer Schaltkreise synchronisieren, oszillierende chemische Reaktionen steuern und digitale Nachrichten zu Sicherheitszwecken besonders energiearm verschlüsselt übermitteln. Eine besondere Herausforderung besteht gegenwärtig z.B. darin, mit diesen Methoden Herzrhythmusstörungen beim Menschen zu unterbinden.

4 Ausblick

Wir haben demonstriert, dass die Nichtlinearen Wissenschaften bereits heute in der Lage sind, etliche komplexe Naturphänomene zu erklären. Ein besonders wichtiger Schritt ist dabei die Erkenntnis, dass die starke Kausalität in nichtlinearen Systemen häufig nicht mehr gilt. Vielmehr enthalten diese Systeme ein Moment der Unvorhersagbarkeit und werfen ein neues Licht auf den Determinismus, da zufällige Schwankungen im mikroskopischen Bereich makroskopische Auswirkungen haben können.

Dieser Paradigmenwechsel dürfte erhebliche Konsequenzen ebenso wie für die Naturwissenschaften und Technik auch für die Kunst und Gesellschaft haben. Von besonderer Bedeutung ist dabei, dass spezielle Systeme nicht isoliert zu betrachten sind, sondern wesentliche Eigenschaften gerade aus der Wechselwirkung mit der Umgebung verstehbar sind, also eine möglichst ganzheitliche Sicht anzustreben ist.

Wir möchten betonen, dass die Nichtlinearen Wissenschaften erst am Anfang ihrer Entwicklung stehen und viele heute unerwartete Querverbindungen und Phänomene auf ihre Entdeckung harren.